**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

**по выполнению курсового проекта   
по дисциплине   
«Системный анализ и синтез сложных систем» (вторая часть)  
Тема курсовой «Анализ сложных систем статистическими методами»**

1. **Общие сведения**

*Тема для всех вариантов одинаковая, на титульном листе нужно указать: «Анализ сложных систем статистическими методами. Вариант № …»*

Курсовые проекты выполняются по варианту, который определит преподаватель. По умолчанию, вариант курсового проекта - это номер в списке группы. Курсовой проект должны содержать:

**Титульный лист** (приложение 2)

**Содержание**

**Задание**

**Введение** (где описывается цель, задачи, методы и т.д., 1-2 стр.).

**1.** Теоретическая часть (описание статистических методов, произвольный материал, 10-15 стр.), **общий заголовок**

* 1. …

**1.2** …

…

**2. Практическая часть.** Решение задач, с использованием ЭВМ, с подробным описанием всех вычислений, приведением графиков, распечаткой результатов, полученных на ЭВМ. Каждая задача – это отдельный раздел курсового проекта. Название задач и соответственно разделов курсового проекта:

**2.1. Методы описательной статистики для анализа сложных систем.**

**2.2. Проверка статистической гипотезы о виде распределения.**

**2.3. Проверка гипотезы о средних и дисперсиях параметрическими методами.**

**2.4. Проверка гипотезы о характеристиках положения непараметрическими методами.**

**Заключение** (выводы по выполнению курсового проекта).

**Список литературы**

Графическая часть (приложение 3).

**По поводу теоретической части**: нужно выбрать и привести любой теоретический материал по темам, относящимся к методам математической статистики. Привожу основные направления поиска материала: описательная статистика, выборочный метод, математическая статистика, точечные оценки для выборочных данных, оценки характеристик положения и рассеяния, интервальные оценки параметров распределения, доверительные интервалы, проверка статистических гипотез, проверка гипотез о виде распределения, методы проверки нормальности распределения, параметрические методы математической статистики, методы сравнения средних, критерии Фишера и Стьюдента, сравнение математических ожиданий и дисперсий, непараметрические методы математической статистики, критерии Вилкоксона, Манна и Уитни.

Можно выбрать материал по нескольким тематикам, подходящим по направлениям математической статистики и сформировать общий теоретический материал,

**2. Задания на практическую часть курсового проекта**

Имеется некоторая сложная система S, которая имеет несколько выходных каналов. Имеется возможность измерять параметры *X*, *Y*, *Z*, … которые характеризуют некоторые свойства этих каналов и измеряются численно. Методами математической статистики необходимо решить следующие задачи.

**Задача № 1. Методы описательной статистики для анализа сложных систем.**

В течении 30 временных периодов в системе S измерялся параметр *X*, выборка результатов измерений приведены в ПРИЛОЖЕНИИ (взять данные для своего варианта). Необходимо найти:

а) Построить группированный статистический ряд параметра *X,* выбрав от 6 до 10 интервалов группировки.

б) Построить полигон, гистограмму и кумулятивную кривую. Графики поместить в графическую часть курсового проекта. На первый лист поместить полигон и гистограмму, на второй лист поместить кумулятивную кривую.

в) Точечные оценки математического ожидания, дисперсии, среднеквадратического отклонения, медианы параметра *X*.

г) Доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии параметра *X* с доверительной вероятностью p=0,95.

**Задача № 2 Проверка статистической гипотезы о виде распределения**

В течении 30 временных периодов в системе S измерялся параметр *X*, выборка результатов измерений приведены в ПРИЛОЖЕНИИ. Необходимо на уровне значимости α=0,01 проверить гипотезу о том, что параметр *Х* распределен по нормальному закону. Построить гистограмму с наложенной на нее функцией плотности нормального распределения, рисунок поместить в графическую часть курсового проекта на второй лист после кумулятивной кривой.

**Задача № 3. Проверка гипотезы о средних и дисперсиях параметрическими методами**

В течении 15 временных периодов в системе S одновременно было проведено измерение двух параметров *X* и *Y*, выборки результатов измерений приведены в ПРИЛОЖЕНИИ для своего варианта, причем в первой строке данных находятся измерения *X*, а во второй – измерения *Y*. Необходимо на уровне значимости α=0,02 гипотезу о том, что:

а) параметры *X* и *Y* имеют одинаковые дисперсии, если законы их распределений считаются нормальными;

б) параметры *X* и *Y* имеют одинаковые математические ожидания, если законы их распределений считаются нормальными;

**Задача № 4. Проверка гипотезы о характеристиках положения непараметрическими методами.**

В системе S независимо друг от друга были взяты 16 измерений параметра *X* и 14 измерений параметра *Y*, выборки результатов измерений приведены в ПРИЛОЖЕНИИ для своего варианта, причем в первых восьми столбцах данных находятся измерения X, а в последних семи столбцах – измерения Y. Необходимо проверить на уровне значимости α=0,02 гипотезу о том, что параметры *X* и *Y* однородны и имеют одинаковые характеристики положения, если законы их распределений не известны и, возможно, отличаются от нормального.

**3. Примеры решения практических заданий в среде MS Excel**

**Задача № 1 Методы описательной статистики для анализа сложных систем.**

Часть 1. Обработка опытных данных

Основным объектом исследования в математической статистике является выборка. Выборкой объема *n* называются числа *x1 , x2 , …, xn*, получаемые на практике при *n* – кратном повторении эксперимента в неизменных условиях*.* На практике выборку чаще всего представляют статистическим рядом. Для этого вся числовая ось, на которой лежат значения выборки, разбивается на *k* интервалов (это число выбирается произвольно от 5 до 10), которые обычно равны, вычисляются середины интервалов *zi*, и считается число элементов выборки, попадающих в каждый интервал *ni*. Статистическим рядом называется последовательность пар (*zi , ni*). Рассмотрим решение задачи на ЭВМ в программе EXCEL на следующем примере.

Пример 1. Дана выборка числа проданных автомобилей торговой фирмой за 25 недель:

14, 18, 16, 21, 12, 19, 27, 19, 15, 20, 27, 29, 22, 28, 19, 17, 18, 24, 23, 22, 19, 20, 23, 21, 19.

Построим статистический ряд, полигон, гистограмму и кумулятивную кривую. Откроем книгу программы EXCEL, Введем в первый столбец (ячейки А1-А25) исходные данные. Определим область чисел, на какой лежат данные. Для этого найдем максимальный и минимальный элементы выборки. Введем в В1 подпись «Максимум», а в В2 - подпись «Минимум». В соседних ячейках С1 и С2 определим функции «МАХ» и «MIN». Для этого ставим курсор в С1 и вызываем мастер функций, нажав на кнопку *fx*, в открывшемся окне в поле «Категория» выбираем «Статистические», и ниже ищем функцию МАКС и вызываем ее двойным щелчком мыши по названию. В качестве аргумента функции (в графе «Число 1») обведем область данных (ячейки А1-А25). Поле «Число 2» оставляем пустым. Нажимаем «ОК». Результатом будет число 29. Ставим курсор в ячейку С2 и аналогично вводим функцию МИН. Результат – число 12. Видно, что все данные укладываются на отрезке [12;30]. Разделим его на девять (выбирается произвольно от 5 до 10) интервалов по 2 единицы каждый:

12-14, 14-16, 16-18, 18-20, 20-22, 22-24, 24-26, 26-28, 28-30.

В ячейки D1-D9 вводим верхние границы интервалов группировки – числа 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30. Для вычисления частот *ni* используют функцию ЧАСТОТА, находящуюся в категории «Статистические». Введем ее в ячейку Е1. В строке «Массив данных» введем диапазон выборки (ячейки А1-А25). В строке «Массив интервалов» введем диапазон верхних границ интервалов группировки (ячейки D1-D9). Результат функции является массивом и выводится в ячейках Е1-Е9. Для полного вывода (не только первого числа в Е1) нужно выделить ячейки Е1-Е9, обведя их мышью, и нажать F2, а далее одновременно CTRL+SHIFT+ENTER. Результат – частоты интервалов 2,2,3,7,4,3,0,3,1.

Для построения гистограммы нужно выбрать ВСТАВКА/ДИАГРАММА или нажать на соответствующий значок на основной панели (при этом курсор должен стоять в свободной ячейке). Далее выбрать тип: ГИСТОГРАММА, вид по выбору, нажать «ДАЛЕЕ», в строке «ДИАПАЗОН» обвести частоты Е1-Е9, перейти на вкладку «РЯД», в строке « ПОДПИСИ ОСИ Х» ввести интервалы в ячейках D1-D9, нажать «ДАЛЕЕ» ввести название «ГИСТОГРАММА», подписи осей: ось Х - «ИНТЕРВАЛЫ» и ось Y - «ЧАСТОТА», нажать «ГОТОВО». Для создания полигона перейти на пустую ячейку и сделать то же самое, только вместо типа диаграммы «ГИСТОГРАММА», выбрать «ГРАФИК». Для построения кумулятивной кривой нужно посчитать накопленные частоты. Для этого в ячейку F1 вводим «**=Е1**», в F2 – вводим «**=F1+Е2**» и автозаполнением перетаскиваем эту ячейку до F9. Далее строим график как и в случае полигона, но в строке «ДИАПАЗОН» вводим накопленные частоты, ссылаясь на F1-F9, а на вкладке «РЯД», в строке « ПОДПИСИ ОСИ Х» вводим интервалы в ячейках D1-D9.

Часть 2. Точечное оценивание.

Точечные оценки параметров распределения - это оценки, полученные по выборке и приближенно равные оцениваемым параметрам. Основными точечными оценками являются:

*Объем выборки* *n* – количество элементов в выборке.

В*ыборочное среднее*  – оценка математического ожидания, среднеарифметическое элементов выборки.

*Выборочная дисперсия*  – среднее квадратов отклонения элементов выборки от выборочного среднего, является оценкой дисперсии, характеризует разброс выборочных значений.

*Стандартное отклонение* *S* – корень из дисперсии.

*Медиана* *h* – средний элемент вариационного ряда или полусумма двух средних элементов, если объем выборки четный.

*Мода* *d* – наиболее часто повторяющийся элемент.

*Коэффициент эксцесса* δ - характеризует «островерхость» гистограммы или полигона по сравнению с кривой Гаусса нормального распределения.

*Коэффициент асимметрии* γ - характеризует степень симметричности гистограммы или полигона.

*Перцентиль* на уровне *р* - значение , меньше которого  элементов выборки.

Пример 2. Имеется выборка числа автомобилей, проданных автосалоном за 25 недель: 43, 38, 34, 51, 47, 45, 41, 52, 50, 38, 43, 44, 39, 46, 49, 42, 42, 38, 53, 55, 48, 45, 41, 49, 47. Найти основные числовые характеристики выборки.

Запускаем программу EXCEL, первый лист. Вводим исходные данные в ячейки А1-А25. Находим числовые характеристики. Для ввода функций выделяем два столбца, например, В и С, в первом вводим название характеристики, во втором – функцию. В ячейки В1-В11 вводим подписи числовых характеристик, то есть вписываем в эти ячейки первый столбец таблицы, приведенной ниже. В С1 вводим текст «Функция» и ниже определяем функции, соответствующие названию (из второй колонки таблицы). Все функции вызываются нажатием на кнопку *fx*, находятся в категории «Статистические» и в качестве массива данных (поле «ЧИСЛО 1»), указывается ссылка на А1-А25. Например, для ввода первой из них ставим курсор в С2, нажимаем *fx*, выбираем категорию «Статистические» и функцию «Счет», в открывшемся окне ставим курсор в поле «Число 1» и обводим курсором ячейки А1-А25, нажимаем «ОК». Также поступаем и с другими функциями.

|  |  |
| --- | --- |
| **Характеристика** | **Функция** |
| Объем выборки | СЧЁТ(массив данных) |
| Выборочное среднее | СРЗНАЧ(массив данных) |
| Дисперсия | ДИСП(массив данных) |
| Стандартное отклонение | СТАНДОТКЛОН(массив данных) |
| Медиана | МЕДИАНА(массив данных) |
| Мода | МОДА(массив данных) |
| Коэффициент эксцесса | ЭКСЦЕСС(массив данных) |
| Коэффициент асимметрии | СКОС(массив данных) |
| Перцентиль 40% | ПЕРСЕНТИЛЬ(массив данных; 0,4) |
| Перцентиль 80% | ПЕРСЕНТИЛЬ(массив данных; 0,8) |

Существует другой способ вычисления числовых характеристик выборки. Для этого ставим курсор в свободную ячейку (например, D1). Затем вызываем в меню «Данные» подменю «Анализ данных». Если в меню «Данные» отсутствует этот пункт, то в меню «Файл» нужно выбрать пункт «Параметры», в нем пункт «Надстройки», нажать на кнопку «Перейти» внизу окна, и в нем поставить флажок напротив пункта «Пакет анализа» (Analysis ToolPak). После этого в меню «Данные» появится «Анализ данных» (Data Analysis). В окне «Анализ данных» нужно выбрать пункт «Описательная статистика» (Descriptive Statistics). В появившемся окне в поле «Входной интервал» (Input Range) делаем ссылку на выборку А1-А25, помещая курсор в поле и обводя эти ячейки. Оставляем группирование «По столбцам» (Columns). В разделе «Параметры вывода» (Output Options) ставим флажок на «Выходной интервал» (Output Range) и в соседнем поле задаем ссылку на верхнюю левую ячейку области вывода (например D1), ставим флажок напротив «Описательная статистика» (Summary Statistics), нажимаем «ОК». Результат – основные характеристики выборки (сделайте шире столбец D, переместив его границу в заголовке).

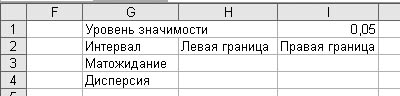
Часть 3. Интервальное оценивание.

Рассмотрим теперь методы интервального оценивания. Доверительным интервалом называется интервал , в который с заданной вероятностью *р* попадает оцениваемый параметр. Вероятность *р* называется доверительной. Вместо нее часто задают величину , называемую уровнем значимости. Если выборка объема *п* представляет случайную величину, распределенную нормально, то доверительные интервалы для матожидания и дисперсии равны

 , ,

где  и  - квантили распределения Стьюдента и хи-квадрат,   
.

Возвращаемся на лист 1 электронной таблицы с данными примера и для них вычислим доверительные интервалы при *р*=0,05. Вводим данные согласно рисунку:



Для вычисления величины  служит функция «Доверит» категории «Статистические» с тремя параметрами «Альфа» - уровень значимости , «Станд\_откл» - среднеквадратическое отклонение *S*, «Размер» - объем выборки *п*. Таким образом, вводим в Н3 функцию:

**=СРЗНАЧ(А1:А25)-ДОВЕРИТ(I1;СТАНДОТКЛОН(А1:А25);25)**

а в ячейку I3 функцию:

**=СРЗНАЧ(А1:А25)+ДОВЕРИТ(I1;СТАНДОТКЛОН(А1:А25);25)**

Для вычисления доверительного интервала для дисперсии следует отметить, что функция вычисления квантили распределения хи-квадрат (обратного распределения хи-квадрат) называется «ХИ2ОБР» (категория «Статистические») и имеет два параметра: первый «Вероятность» содержит доверительную вероятность *р*, второй – степень свободы *п*-1. Вводим в соответствии с данными условиями и формулой для доверительного интервала в ячейку Н4 запись:

**=ДИСП(A1:A25)\*24/ХИ2ОБР(0,025;24)**

а в ячейку I4 запись: **=ДИСП(A1:A25)\*24/ХИ2ОБР(0,975;24)**.

Получаем значения границ доверительных интервалов.

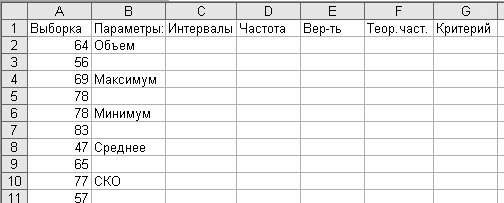
**Задача 2 Проверка статистической гипотезы о виде распределения**

Методы проверки статистических гипотез занимают центральное место в исследованиях математической статистики. Одной из важнейших групп критериев проверки статгипотез являются критерии проверки гипотез о виде распределений (критерии согласия). Они по выборочным данным проверяют предположение о принадлежности генеральной совокупности к тому или иному виду распределений. Одним из наиболее мощных критериев согласия является критерий Пирсона, называемый еще критерием хи-квадрат. Его суть заключается в сравнении теоретических частот элементов выборки *ni* (для дискретных распределений) с теоретическими частотами , где - вероятность принять это значение, рассчитанное по исследуемому закону распределения. Если распределение непрерывное, то строится группированный статистический ряд из *k* интервалов иесть вероятность попасть в *i*-й интервал группировки (здесь  - функция распределения проверяемого закона). Статистикой критерия является величина . Критическое значение критерия равно обратному распределению хи-квадрат со степенями свободы (*k-r*-1): , где *r* – число оцениваемых параметров закона распределения. Распределение можно считать соответствующим теоретическому если выполняется условие . Рассмотрим решение данной задачи на примере.

Пример. Имеется выборка прибыли (тыс. руб.) коммерческой фирмы за 40 дней. Необходимо проверить статистическую гипотезу о том, что прибыль данной фирмы распределена по нормальному закону распределения. Взять уровень значимости  .

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Выборка прибыли коммерческой фирмы за 40 дней (тыс. руб.) | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 64 | 56 | 69 | 78 | 78 | 83 | 47 | 65 | 77 | 57 | 61 | 52 | 50 | 58 | 60 | 48 | 62 | 63 | 68 | 64 |
| 64 | 64 | 79 | 66 | 65 | 62 | 85 | 75 | 88 | 61 | 82 | 52 | 72 | 75 | 84 | 66 | 62 | 73 | 64 | 74 |

Для проверки гипотезы о принадлежности генеральной совокупности нормальному виду распределений необходимо строить группированный статистический ряд, т.к. нормальное распределение является непрерывным. Для этого нужно знать размах выборки, который равен разнице между максимальным и минимальным элементами выборки. Кроме того, нужно рассчитать точечные оценки математического ожидания и среднеквадратического отклонения (СКО). Открываем электронную таблицу и вводим данные выборки в нее в ячейки А2-А41, делаем подписи для расчетных параметров в соответствии с рисунком:



Вычисляем параметры по выборке. Для этого вводим в ячейку В3: **«=СЧЁТ(A2:A41)**» (здесь и далее кавычки вводить не надо, функции можно вводить с помощью мастера функций из категории «Статистические», как в лабораторной работе № 2, ссылки на ячейки можно ввести щелкнув мышью по ячейке). В В5 вводим: «**=МАКС(A2:A41)**», в В7: «**=МИН(A2:A41)**», в В9: «**=СРЗНАЧ(A2:A41)**», в В11: «**=СТАНДОТКЛОН.В(A2:A41)**».

Видно, что весь диапазон значений элементов лежит на интервале от 47 до 88. Разобьем этот интервал на интервалы группировки: [0; 50], (50; 55], (55; 60], (60; 65], (65; 70], (70; 75], (75; 80], (80; 85], (85; 90]. Для этого вводим в ячейки С2-С11 границы интервалов:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ячейка | С2 | С3 | С4 | С5 | С6 | С7 | С8 | С9 | С10 | С11 |
| Число | 0 | 50 | 55 | 60 | 65 | 70 | 75 | 80 | 85 | 90 |

Для вычисления частот *п* используем функцию ЧАСТОТА. Для этого в D3 вводим формулу «**=ЧАСТОТА(A2:A41;C3:C11)**». Затем обводим курсором ячейки D3-D11, выделяя их и нажимаем F2, а затем одновременно Ctrl+Shift+Enter. В результате в ячейках D3-D11 окажутся значения частот.

Для расчета теоретической вероятности  вводим в ячейку Е3 разницу между функциями нормального распределения (функция НОРМРАСП категории «Статистические») с параметрами: «Х» – значение границы интервала, «Среднее» - ссылка на ячейку В9, «Стандартное\_откл» - ссылка на В11, «Интегральная» - 1. В результате в Е3 будет формула:

**=НОРМ.РАСП(C3;$B$9;$B$11;1)-НОРМ.РАСП(C2;$B$9;$B$11;1)**

Автозаполняем эту формулу на Е3-Е10 перемещая нижний правый угол Е3 до ячейки Е10. В последней ячейке столбца Е11 для соблюдения условия нормировки вводим дополнение предыдущих вероятностей до единицы. Для этого вводим в Е11: «**=1-СУММ(E3:E10)**»

Для расчета теоретической частоты  вводим в F3 формулу: «**=E3\*$B$3**», автозаполняем ее на F3-F11.

Для вычисления элементов суммы  критерия Пирсона вводим в G3 значение «**=(D3-F3)\*(D3-F3)/F3**» и автозаполняем его на диапазон G3-G11.

Находим значение критерия  и критическое значение . Для этого вводим в F12 подпись «Сумма», а в F13 подпись «Критич.». Вводим в соседние ячейки формулы – в G12: «**=СУММ(G3:G11)**», а в G13: «**=ХИ2.ОБР(0,05;6)**», здесь параметр  взят из условия, а степень свободы (*k-r*-1)=(9-2-1)=6, так как *k*=9 – число интервалов группировки, а *r*=2, т.к. были оценены два параметра нормального распределения: математическое ожидание и СКО. Видно, что , то есть можно считать, что прибыль данной фирмы распределена по нормальному закону распределения.

Проверим это, построив графики плотностей эмпирического и теоретического распределений. Ставим курсор в любую свободную ячейку и вызываем мастер диаграмм (Вставка/Диаграмма). Выбираем тип диаграммы «График» и вид «График с маркерами» самый левый во второй строке, нажимаем «Далее». Ставим курсор в поле «Диапазон» и удерживая кнопку CTRL обводим мышью область ячеек D3-D11 а затем F3-F11. Переходим на закладку «Ряд» и в поле «Подписи оси Х» обводим область С3-С11. Нажимаем «Готово». Видно, что графики достаточно хорошо совпадают, что говорит о соответствии данных нормальному закону.

**Задача № 3 Проверка гипотезы о средних и дисперсиях параметрическими методами.**

Часть 1. Критерий Фишера сравнения дисперсий

Используется в случае, если нужно проверить различается ли разброс данных (дисперсии) у двух выборок. Это может использоваться, например, при сравнении точностей обработки деталей на двух станках, равномерности продаж товара в течении некоторого периода в двух городах и т.д. Для проверки статистической гипотезы о равенстве дисперсий служит F- критерий Фишера. Основной характеристикой критерия является уровень значимости α, который имеет смысла вероятности ошибиться, предполагая, что дисперсии и, следовательно, точность, различаются. Вместо α в задачах также иногда задают доверительную вероятность , имеющую смысл вероятности того, что дисперсии и в самом деле равны. Обычно выбирают критическое значение уровня значимости, например 0,05 или 0,1, и если α больше критического значения, то дисперсии считаются равными, в противном случае, различны. При этом критерий может быть односторонним, когда нужно проверить, что дисперсия конкретной выделенной выборки больше, чем у другой, и двусторонним, когда просто нужно показать, что дисперсии не равны. Существует два способа проверки таких гипотез. Рассмотрим их на примерах.

Пример 1*.* Два автомата расфасовывают муку по мешкам, емкостью 50 кг. Необходимо проверить, можно ли с вероятностью не менее 0,95 считать, что точность расфасовки на обоих автоматах одинакова. Для проверки гипотезы отбираются две выборки весов муки, расфасованной на первом и втором автомате:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 автом. | 47,5 | 52,9 | 51,3 | 48,1 | 52,6 | 49,4 | 48,0 | 52,3 | 45,9 | 52,6 | 46,8 | 49,0 |
| 2 автом. | 52,5 | 50,5 | 48,4 | 48,6 | 50,6 | 50,0 | 50,1 | 49,5 | 49,7 | 51,1 | 49,2 | 49,7 |

По условию задачи критерий двусторонний, так как требуется проверить различие дисперсий (точностей). Доверительная вероятность задана p=0.95, следовательно, уровень значимости . Вводим данные выборок (без подписей) в две строчки в ячейки А1-L1 и А2-L2 соответственно. Для вычисления уровня значимости двустороннего критерия служит функция ФТЕСТ(массив1;массив2). Вводим в А4 подпись «Уровень значимости», а в В4 функцию ФТЕСТ, аргументами которой должны быть ссылки на ячейки А1-L1 и А2-L2 соответственно. Результат 0,011591293 говорит о том, что вероятность ошибиться, приняв гипотезу о различии дисперсий, около 0,01, что меньше критического значения, заданного в условии задачи 0,05. Следовательно, можно говорить что опытные данные с большой вероятностью подтверждают предположение о том, что дисперсии разные и точность расфасовки автоматов различна.

Другой способ решения задачи – использовать надстройку «Анализ данных», которая находится в меню «Данные» подменю «Анализ данных». Если в меню «Данные» отсутствует этот пункт, то в меню «Файл» нужно выбрать пункт «Параметры», в нем пункт «Надстройки», нажать на кнопку «Перейти» внизу окна, и в нем поставить флажок напротив пункта «Пакет анализа» (Analysis ToolPak). После этого в меню «Данные» появится «Анализ данных» (Data Analysis). Вызвав его, откроется окно, в котором нужно выбрать «Двухвыборочный F-тест для дисперсий» (F-test Two-Sample for Variances). В открывшемся окне в полях «Интервал переменной 1» (Variable 1 Range) и «Интервал переменной 2» (Variable 1 Range) вводят ссылки на данные (А1-L1 и А2-L2, соответственно), если имеются подписи данных, то ставят флажок у надписи «Метки» (Label) (у нас их нет, поэтому флажок не ставится). Далее вводят уровень значимости в поле «Альфа» (Alpha) (по условия это 0,05, и данное значение уже указано по умолчанию). В разделе «Параметры вывода» (Output Options) ставят метку около «Выходной интервал» (Output Range) и поместив курсор в появившееся поле напротив надписи, щелкают левой кнопкой в ячейке В7. Вывод результата будет осуществляться начиная с этой ячейки. Нажав на «ОК» появляется таблица результата. Сдвиньте границу между столбцами В и С, С и D, D и Е, увеличив ширину столбцов В, С и D так, чтобы умещались все надписи. В таблице указаны средние и дисперсии каждой выборки, значение F-критерия, односторонний критический уровень значимости в строке «P(F<=f) одностороннее» («Р(F<=f) one-tail») и критическое значение F-критерия (F critical one tail). Если значение F-критерия ближе к единице, чем F-критическое, то с заданной вероятностью можно считать, что дисперсии равны. Об этом же говорит и то, что критический уровень значимости «P(F<=f) одностороннее» больше заданного значения α. В нашем случае F-критерий равен 5,128330184 а F-критическое 2,817927225, то есть F-критерий дальше от единицы, чем критическое значение. Это говорит о том, что дисперсии различны и автоматы имеют разную точность расфасовки.

Часть 2. Критерий Стьюдента сравнения средних

Используется для проверки предположения о том, что средние значения двух показателей, представленных выборками, значимо различаются. Существует три разновидности критерия: один – для связанных выборок, и два для несвязанных выборок (с одинаковыми и разными дисперсиями). Если выборки не связаны, то предварительно нужно проверить гипотезу о равенстве дисперсий, чтобы определить, какой из критериев использовать. Так же как и в случае сравнения дисперсий имеются 2 способа решения задачи, которые рассмотрим на примере.

Пример 2. Имеются данные о средненедельных количествах продаж товара (тыс. шт.) до и после смены производителем оформления упаковки.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| до смены | 16 | 19 | | 14 | | 15 | | 17 | | 16 | | 19 | | 16 | | 19 | | 14 | | 15 | | 19 | | 13 |
| после смены | 18 | | 19 | | 21 | | 15 | | 19 | | 18 | | 15 | | 20 | | 17 | | 16 | | 21 | | 15 | |

Можно ли с вероятностью 0,99 считать, что смена упаковки привела к среднему увеличению количества продаж?

По условию *р*=0,99, α=0,01, выборки не связаны, критерий односторонний, т.к. нужно показать, что средние показателя, представленного второй выборкой, больше чем у первой. Вводим в ячейки А1-М1 и А2-L2 исходные данные. Т.к. выборки несвязаны, то предварительно сравниваем дисперсии (сделать это самостоятельно аналогично предыдущему примеру из п. 2 любым способом). В результате проверки дисперсии оказываются равными.

Первый способ решения задачи, как и в случае дисперсий, использовать стандартную функцию. Ею является ТТЕСТ(массив1;массив2;хвосты;тип), решающий задачу по t-критерию Стьюдента. В ячейке В4 вводим подпись «t-критерий», а в соседнюю С4 функцию ТТЕСТ (категория «Статистические») Аргументы функции:

- **массив1, массив2** – исходные данные (ссылки на А1-М1 и А2-L2);

- **хвосты** – вид критерия: если 1 – односторонний критерий, если 2 – двусторонний (в нашем случае ставится единица);

- **тип** – тип критерия: если выборки связаны, то 1, для несвязанных выборок с равными дисперсиями – ставим 2, для несвязанных выборок с неравными дисперсиями ставим 3. В нашем случае дисперсии равны, поэтому выбираем 2.

Функция возвращает критическое значение уровня значимости, имеющего смысл ошибиться, приняв гипотезу о различии средних. Если критическое значение больше заданного, то средние нужно считать равными. Результат в нашем случае 0,0476828 больше заданного . Следовательно, смена производителем упаковки не привела к среднему увеличению продаж и изменения в количествах продаж, вероятнее всего, связано с какими-то случайными факторами.

Второй способ – использовать пакет «Анализ данных» (Data Analysis). Способ вызова и подключения его был описан в п.2. В зависимости от типа критерия выбирается один из трех: «Парный двухвыборочный t-тест для средних» (t-Teat: Paired Two Sample for Means) – для связанных выборок, и «Двухвыборочный t-тест с одинаковыми дисперсиями» (t-Teat: Two Sample Assuming Equal Variances) или «Двухвыборочный t-тест с разными дисперсиями» (t-Teat: Two Sample Assuming Unequal Variances) - для несвязанных выборок. Вызовите тест с одинаковыми дисперсиями, в открывшемся окне в полях «Интервал переменной 1» (Variable 1 Range) и «Интервал переменной 2» (Variable 2 Range) вводят ссылки на данные (А1-М1 и А2-L2, соответственно), если имеются подписи данных, то ставят флажок у надписи «Метки» (Label) (у нас их нет, поэтому флажок не ставится). Далее вводят уровень значимости в поле «Альфа» (Alpha) - 0,01. Поле «Гипотетическая средняя разность» (Hypothesized Mean Difference) оставляют пустым. В разделе «Параметры вывода» (Output Options) ставят метку около «Выходной интервал» (Output Range) и поместив курсор в появившееся поле напротив надписи, щелкают левой кнопкой в ячейке В7. Вывод результата будет осуществляться начиная с этой ячейки. Нажав на «ОК» появляется таблица результата. Сдвиньте границу между столбцами В и С, С и D, D и Е, увеличив ширину столбцов В, С и D так, чтобы умещались все надписи. Процедура выводит основные характеристики выборок, t-статистику (t-stat), критические значения этих статистик и критические уровни значимости «P(T<=t) одностороннее» (P(T<=t) one-tail) и «P(T<=t) двухстороннее» (P(T<=t) two-tail). Если по модулю t-статистика меньше критического, то средние показатели с заданной вероятностью равны. В нашем случае |-1,739215668| < 2,499873517, следовательно, среднее число продаж значимо не увеличилось. Следует отметить, что если взять уровень значимости α=0,05, то результаты исследования будут совсем иными.

**Задача № 4. Проверка гипотезы о характеристиках положения непараметрическими методами.**

Критерий Вилкоксона, который еще называют критерием Манна и Уитни, является аналогом критерия Стьюдента и позволяет сравнить средние значения показателя в двух группах. Однако, данный критерий не требует, чтобы распределение показателя было нормальным и его можно использовать для любых выборок.

**Пример 1.** Психолог разработал методику, увеличивающую скорость реакции и как следствие производительность труда рабочих на сборочном конвейере крупного машиностроительного предприятия. Для обоснования эффективности своей методики им были отобраны 2 группы рабочих численностью 12 и 13 человек. В первой группе методика, повышающая скорость реакции не проводилась, а во второй проводилась. Затем путем тестирования были измерены скорости реакции в обоих группах. Результаты представлены в таблице:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 группа | 24 | 26 | 22 | 24 | 20 | 23 | 21 | 27 | 23 | 25 | 28 | 25 |  |
| 2 группа | 28 | 31 | 26 | 24 | 32 | 29 | 30 | 32 | 24 | 29 | 33 | 24 | 31 |

Необходимо проверить гипотезу об однородности уровня скорости реакции в обоих группах, то есть об одинаковости характеристик положения на уровне значимости α=0,05.

Открываем новый рабочий лист Excel и вводим в А1 подпись «Группа 1», в В1-М1 результаты теста для первой группы, в А2 вводим «Группа 2» и в В2-N2 результаты теста для второй группы. Находим порядковые номера в общей, смешанной группе каждого значения, если расположить их в порядке возрастания, то есть ***ранги***. Для этого служит функция РАНГ, категория «Статистические». В ячейку А3 делаем подпись «Порядок 1». Затем ставим курсор в В3, вызываем мастер функций *fx*, выбираем категорию «Статистические» и функцию «РАНГ», в открывшемся окне ставим курсор в поле «Число», обводим курсором ячейки В1-М1, ставим курсор в поле «Массив» (или «Ссылка в других версиях Excel), обводим курсором ячейки В1-N2, ставим курсор в поле «Порядок» и вводим 1, чтобы указать, что элементы упорядочены по возрастанию и нажимаем «ОК». В ячейке В3 появился порядковый номер первого числа первой группы 6. Но нам нужно вывести порядковые номера всех чисел из первой группы. Для этого обводим мышкой по центру ячеек В3-М3, выделяя их и нажимаем клавишу F2, затем нажимаем и удерживаем три клавиши в следующей последовательности: “Ctrl”, “Shift” и “Enter”. Получили порядковые номера всех элементов первой группы в общем вариационном ряду.

Проделываем ту же процедуру для второй группы. В ячейку А4 делаем подпись «Порядок 2». Ставим курсор в В4, вызываем функцию «РАНГ», в открывшемся окне в поле «Число», обводим курсором ячейки В2-N2, переводим курсор в поле «Массив» («Ссылка»), обводим курсором ячейки В1-N2, в поле «Порядок» и вводим 1 и нажимаем «ОК». Затем обводим мышкой ячейки В4-N4, выделяя их и нажимаем клавишу F2, затем “Ctrl”, “Shift” и “Enter”.

Согласно методики расчета критерия, если несколько элементов вариационного ряда равны по величине, то каждый элемент имеет один и тот же ранг, равный среднеарифметическому их порядковых номеров. Однако Excel при расчете ранга это правило не выполняет. Для устранения этой проблемы вводим поправочный коэффициент, который рассчитывается по формуле , где *n* – число элементов в группе, *R*+ - порядковый номер при упорядочении по возрастанию а *R*- - порядковый номер при упорядочении по убыванию.

Ставим курсор в А5 и вводим подпись «Поправка 1», затем в В5 вводим **=(СЧЁТ(B1:N2)+1-РАНГ.СР(B1:M1;B1:N2;0)-РАНГ.СР(B1:M1;B1:N2;1))/2***.*При вводе формулы ссылки на диапазон ячеек В1:N2 и B1:М1 вводятся в английской раскладке клавиатуры, причем при их вводе можно просто обвести соответствующий диапазон от В1 до N2 или от B1 до М1 мышью. Затем обводим мышкой ячейки В5-М5 и нажимаем клавишу F2, затем “Ctrl”+“Shift”+“Enter”.

Ставим курсор в А6 и вводим подпись «Поправка 2», затем в В6 вводим **=(СЧЁТ(B1:N2)+1-РАНГ.СР(B2:N2;B1:N2;0)-РАНГ.СР(B2:N2;B1:N2;1))/2***.*Затем обводим мышкой ячейки В6-N6 и нажимаем клавишу F2, затем “Ctrl”+“Shift”+“Enter”.

Теперь находим ранги элементов, прибавляя к порядковому номеру поправку. Вводим в А7 подпись «Ранг 1», а в соседнюю В7 формулу **=B3+B5**, автозаполняем на ячейки А7-М7. Вводим в А8 подпись «Ранг 2», а в соседнюю В8 формулу **=B4+B6**, автозаполняем на ячейки А8-N8.

На следующем этапе вводим итоговые характеристики критерия. Записываем объемы выборок и суммы рангов для каждой группы. Вводим объемы выборок. Ставим курсор в А9, вводим «n1=», а в соседнюю В9 вводим 12, в А10, вводим «n2=», а в соседнюю В10 вводим 13. Рассчитываем суммы рангов. В С9 вводим «R1=», в D9 вводим формулу **=СУММ(B7:M7)**, в С10 вводим «R2=», в D10 вводим формулу **=СУММ(B8:N8)**.

Рассчитываем теперь статистики критерия:



Вводим в Е9 подпись «w1=», а в Е10 подпись «w2=», в E11 подпись «W=».

В F9 вводим формулу **=B9\*B10+B9\*(B9+1)/2-D9**, в F10 формулу **=B9\*B10+B10\*(B10+1)/2-D10**, в Е11 формулу **=МИН(F9:F10)**.

Полученное значение критерия Вилкоксона находится в ячейке Е11. Согласно методике критерия полученное значение нужно сравнить с критическим. Но, к сожалению, в Excel нет функции, возвращающей обратное распределение Вилкоксона. Поэтому воспользуемся приближенной формулой. Рассчитаем другую статистику . Для этого вводим в Е12 вводим подпись «Z=», а в соседнюю ячейку F12 вводим формулу статистики Z: **=(B9\*B10/2-F11)/КОРЕНЬ(B9\*B10\*(B9+B10+1)/12)**. Результат 3,100391. Критическое значение находим из обратного нормального распределения. Вводим в G12 подпись «Zкр=», а в соседней Н12 вызываем мастер функции и в категории «Статистические» находим функцию НОРМСТОБР, аргументом которой будет доверительная вероятность *р* = 1 ‑ α= 1 ‑ 0,05 = 0,95. Вводим 0,95 в поле «Вероятность» вызванной функции. Видно, что Z-статистика критерия больше критического значения 1,644854, следовательно скорости реакции в группах значимо различаются, методика разработанная психологом действительно повышает скорость реакции и производительность труда.

ПРИЛОЖЕНИЯ

| Вариант | Выборки по вариантам для практических заданий | | | | | | | | | | | | | | |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 46,6 | 24,0 | 69,5 | 64,8 | 82,4 | 59,6 | 30,0 | 49,3 | 51,8 | 83,2 | 99,4 | 31,8 | 64,5 | 59,7 | 41,8 |
| 62,1 | 24,7 | 71,4 | 52,4 | 26,7 | 69,0 | 94,4 | 62,0 | 19,4 | 80,5 | 60,3 | 41,3 | 41,4 | 42,7 | 50,5 |
|  | 21,6 | 96,5 | 51,4 | 60,5 | 52,0 | 28,2 | 65,6 | 73,1 | 51,5 | 32,4 | 86,6 | 60,3 | 67,0 | 40,1 | 63,5 |
| 69,8 | 60,6 | 59,2 | 72,8 | 49,0 | 52,6 | 64,7 | 29,2 | 32,5 | 45,4 | 79,7 | 44,8 | 34,1 | 62,4 | 59,5 |
|  | 65,9 | 47,3 | 32,4 | 66,8 | 25,0 | 46,1 | 40,4 | 51,8 | 48,2 | 58,0 | 52,2 | 78,3 | 87,9 | 76,6 | 74,5 |
| 46,9 | 59,8 | 72,5 | 41,5 | 72,5 | 44,7 | 54,9 | 40,6 | 73,5 | 42,4 | 67,0 | 81,2 | 76,6 | 42,7 | 30,5 |
|  | 35,7 | 40,3 | 48,3 | 48,6 | 28,7 | 11,3 | 36,3 | 65,0 | 63,7 | 61,3 | 74,0 | 42,5 | 38,3 | 30,3 | 55,7 |
| 54,3 | 78,1 | 38,7 | 64,0 | 67,7 | 47,9 | 83,2 | 26,6 | 50,5 | 46,7 | 58,3 | 67,5 | 42,4 | 75,7 | 48,2 |
|  | 50,8 | 87,1 | 84,8 | 57,2 | 58,4 | 63,5 | 55,5 | 41,4 | 33,7 | 23,3 | 33,3 | 35,7 | 87,9 | 56,7 | 41,7 |
| 57,7 | 43,0 | 32,6 | 32,3 | 41,6 | 54,7 | 88,3 | 66,2 | 45,9 | 27,9 | 44,7 | 74,1 | 70,7 | 50,1 | 51,1 |
|  | 37,2 | 60,1 | 55,5 | 47,7 | 31,2 | 52,3 | 67,1 | 55,3 | 40,3 | 76,7 | 56,5 | 18,9 | 44,2 | 44,6 | 48,0 |
| 33,3 | 22,9 | 18,3 | 25,7 | 60,9 | 49,8 | 51,0 | 32,2 | 42,0 | 69,8 | 3,2 | 62,4 | 10,9 | 13,5 | 93,7 |
|  | 77,0 | 69,1 | 50,7 | 24,6 | 53,7 | 52,9 | 79,2 | 67,4 | 22,7 | 32,4 | 60,5 | 46,3 | 29,3 | 88,2 | 70,1 |
| 30,6 | 57,9 | 58,1 | 50,0 | 44,8 | 22,4 | 61,3 | 52,4 | 23,3 | 62,4 | 60,0 | 41,9 | 52,8 | 49,9 | 25,6 |
|  | 62,0 | 67,2 | 60,4 | 17,6 | 78,5 | 46,7 | 66,8 | 46,5 | 43,8 | 67,9 | 43,4 | 35,7 | 21,6 | 52,1 | 22,5 |
| 76,8 | 48,6 | 73,8 | 66,9 | 19,1 | 51,5 | 53,2 | 43,5 | 62,6 | 56,8 | 34,6 | 54,7 | 19,7 | 89,6 | 32,2 |
|  | 25,6 | 58,8 | 32,1 | 38,4 | 35,5 | 35,9 | 84,5 | 92,1 | 89,1 | 49,2 | 47,1 | 59,4 | 65,4 | 70,3 | 37,1 |
| 49,5 | 48,5 | 36,4 | 51,0 | 22,2 | 73,1 | 77,0 | 25,4 | 24,0 | 39,1 | 80,7 | 59,9 | 49,6 | 87,6 | 63,0 |
|  | 24,5 | 81,1 | 38,6 | 50,0 | 65,4 | 31,8 | 33,8 | 22,6 | 36,4 | 89,8 | 41,6 | 42,8 | 83,6 | 11,8 | 27,4 |
| 50,2 | 66,8 | 54,8 | 14,3 | 39,5 | 69,3 | 67,4 | 63,9 | 40,9 | 40,4 | 24,8 | 67,6 | 64,7 | 39,0 | 36,7 |
|  | 40,7 | 48,0 | 56,2 | 16,9 | 68,5 | 66,7 | 65,0 | 75,2 | 16,4 | 72,2 | 34,9 | 45,7 | 58,0 | 64,5 | 50,4 |
| 52,9 | 42,8 | 56,1 | 58,9 | 66,0 | 81,4 | 39,5 | 47,0 | 59,0 | 51,1 | 43,8 | 62,7 | 69,9 | 74,0 | 26,7 |
|  | 21,2 | 43,5 | 40,8 | 38,8 | 24,7 | 45,2 | 37,9 | 54,7 | 39,1 | 49,9 | 90,3 | 15,6 | 49,4 | 70,7 | 63,6 |
| 31,4 | 51,1 | 67,6 | 46,2 | 51,6 | 91,1 | 51,4 | 85,6 | 89,8 | 33,6 | 71,2 | 26,7 | 15,5 | 53,2 | 81,4 |
|  | 63,1 | 88,5 | 76,2 | 42,9 | 42,1 | 55,0 | 53,8 | 53,4 | 19,3 | 53,2 | 57,7 | 7,5 | 60,8 | 66,0 | 58,1 |
| 22,5 | 38,3 | 70,6 | 65,1 | 43,2 | 56,7 | 74,0 | 55,7 | 68,6 | 28,0 | 71,8 | 49,3 | 64,1 | 54,0 | 47,6 |
|  | 52,2 | 71,8 | 57,0 | 67,1 | 33,3 | 60,1 | 37,7 | 74,5 | 57,2 | 38,3 | 37,4 | 43,2 | 76,5 | 55,3 | 59,9 |
| 38,7 | 54,3 | 53,0 | 73,7 | 42,5 | 74,3 | 52,3 | 31,8 | 61,2 | 35,3 | 45,5 | 77,8 | 71,3 | 53,0 | 34,6 |
|  | 80,8 | 85,3 | 37,6 | 41,4 | 51,7 | 42,7 | 42,9 | 38,2 | 31,6 | 77,7 | 60,2 | 10,9 | 55,6 | 39,2 | 51,1 |
| 39,6 | 58,6 | 70,5 | 50,3 | 80,3 | 27,4 | 55,7 | 85,7 | 66,8 | 34,3 | 44,2 | 81,9 | 60,1 | 70,9 | 29,2 |
|  | 36,1 | 28,3 | 61,3 | 33,0 | 34,9 | 73,0 | 28,6 | 69,3 | 35,9 | 77,8 | 55,5 | 70,7 | 54,2 | 36,6 | 62,6 |
| 59,3 | 78,9 | 55,4 | 37,2 | 68,1 | 37,0 | 49,7 | 73,8 | 53,0 | 88,5 | 47,3 | 75,7 | 91,0 | 68,1 | 78,6 |
|  | 55,5 | 39,0 | 58,7 | 58,9 | 26,2 | 57,4 | 27,2 | 84,0 | 60,7 | 41,0 | 60,1 | 60,5 | 58,3 | 27,5 | 35,9 |
| 49,1 | 64,1 | 60,7 | 36,0 | 55,2 | 63,9 | 50,0 | 65,7 | 57,4 | 33,3 | 50,5 | 41,0 | 54,9 | 20,9 | 45,6 |
|  | 14,1 | 42,2 | 21,7 | 25,2 | 64,5 | 51,7 | 72,5 | 22,8 | 64,0 | 45,4 | 50,9 | 65,1 | 23,0 | 26,7 | 45,4 |
| 43,3 | 40,9 | 13,5 | 72,4 | 42,6 | 67,9 | 29,4 | 47,0 | 42,0 | 51,8 | 60,4 | 32,8 | 55,8 | 59,8 | 73,9 |
|  | 50,9 | 52,5 | 78,4 | 56,6 | 69,8 | 73,4 | 32,0 | 33,7 | 40,6 | 36,4 | 46,9 | 45,9 | 74,2 | 36,6 | 30,0 |
| 72,6 | 46,3 | 4,5 | 74,3 | 12,7 | 60,1 | 67,7 | 21,3 | 22,6 | 28,2 | 64,0 | 62,3 | 36,7 | 68,9 | 22,2 |
|  | 69,0 | 51,8 | 20,7 | 23,1 | 48,5 | 47,7 | 19,6 | 41,4 | 32,6 | 46,2 | 37,2 | 26,9 | 21,3 | 73,4 | 16,9 |
| 66,3 | 54,3 | 55,8 | 25,8 | 44,7 | 65,1 | 52,8 | 68,6 | 57,2 | 68,7 | 40,3 | 40,0 | 29,3 | 64,8 | 49,9 |
|  | 5,4 | 35,5 | 20,0 | 67,2 | 85,5 | 41,4 | 54,5 | 28,0 | 75,2 | 26,1 | 55,8 | 86,4 | 78,0 | 74,8 | 59,5 |
| 34,6 | 29,3 | 77,5 | 25,4 | 38,6 | 32,2 | 59,7 | 64,5 | 70,0 | 51,8 | 64,9 | 20,3 | 31,5 | 32,5 | 82,4 |
|  | 23,8 | 39,4 | 75,3 | 40,9 | 16,9 | 72,0 | 42,2 | 33,6 | 52,4 | 60,1 | 33,2 | 32,2 | 77,9 | 53,4 | 34,7 |
| 35,9 | 56,2 | 61,2 | 58,6 | 60,0 | 15,4 | 60,3 | 68,4 | 25,2 | 51,1 | 35,5 | 51,9 | 70,8 | 41,6 | 59,9 |
|  | 63,6 | 70,3 | 19,1 | 53,6 | 60,5 | 35,7 | 56,6 | 38,3 | 48,4 | 31,3 | 36,1 | 47,7 | 43,8 | 78,1 | 78,0 |
| 48,9 | 83,4 | 43,0 | 20,9 | 49,1 | 41,1 | 46,5 | 78,7 | 63,2 | 48,2 | 90,6 | 69,1 | 56,2 | 32,6 | 53,7 |
|  | 41,7 | 31,8 | 66,2 | 52,5 | 54,1 | 41,7 | 56,6 | 81,7 | 47,4 | 64,8 | 41,1 | 26,2 | 20,9 | 41,2 | 51,2 |
| 18,9 | 59,9 | 81,4 | 33,1 | 63,1 | 79,6 | 80,6 | 68,0 | 71,2 | 62,6 | 57,9 | 34,6 | 68,3 | 47,4 | 60,5 |
|  | 42,4 | 44,3 | 41,6 | 57,0 | 56,3 | 45,1 | 74,2 | 29,4 | 67,2 | 35,6 | 61,0 | 62,1 | 87,8 | 58,9 | 62,3 |
| 38,5 | 62,7 | 72,7 | 65,6 | 66,9 | 36,2 | 62,0 | 27,7 | 76,1 | 66,4 | 35,8 | 54,7 | 51,1 | 70,6 | 24,6 |
|  | 62,3 | 31,8 | 37,8 | 56,0 | 62,3 | 35,4 | 19,7 | 34,3 | 35,6 | 61,5 | 73,5 | 38,9 | 52,2 | 44,4 | 26,8 |
| 68,3 | 50,0 | 47,7 | 64,0 | 33,1 | 19,0 | 73,6 | 44,2 | 43,1 | 60,2 | 50,5 | 53,2 | 58,6 | 49,5 | 17,6 |
|  | 41,5 | 41,7 | 56,2 | 43,2 | 43,6 | 67,9 | 86,1 | 39,4 | 57,6 | 37,7 | 74,8 | 49,3 | 70,4 | 73,7 | 50,0 |
| 51,2 | 52,3 | 62,0 | 54,8 | 72,7 | 27,0 | 45,9 | 71,2 | 69,5 | 41,0 | 48,7 | 43,5 | 43,6 | 36,2 | 45,7 |
|  | 27,8 | 26,6 | 44,0 | 27,0 | 55,3 | 31,9 | 55,4 | 45,4 | 65,7 | 52,3 | 15,0 | 33,6 | 58,6 | 66,1 | 67,8 |
| 39,0 | 78,5 | 36,9 | 38,5 | 27,6 | 77,0 | 70,5 | 49,5 | 33,6 | 58,6 | 57,4 | 45,0 | 38,2 | 67,9 | 39,9 |
|  | 62,1 | 40,4 | 59,2 | 26,7 | 39,3 | 42,6 | 69,4 | 54,7 | 25,4 | 55,3 | 27,8 | 76,1 | 34,8 | 30,1 | 56,3 |
| 52,0 | 78,1 | 66,3 | 20,8 | 61,7 | 45,1 | 52,4 | 42,5 | 78,6 | 58,9 | 58,6 | 49,4 | 50,7 | 43,5 | 51,7 |
|  | 77,1 | 71,7 | 57,5 | 59,7 | 60,6 | 52,6 | 80,3 | 48,8 | 51,4 | 53,3 | 69,6 | 18,4 | 59,4 | 40,2 | 56,2 |
| 54,0 | 66,2 | 38,0 | 59,1 | 27,7 | 48,7 | 53,3 | 46,5 | 18,0 | 60,3 | 39,7 | 63,2 | 31,9 | 17,7 | 22,7 |

ВНИМАНИЕ! Списки литературы взять из лекций, оттуда выбрать 15-20 источников

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

(ВГТУ)

Факультет экономики, менеджмента и информационных технологий

Направление подготовки 27.03.03 – «Системный анализ и управление»

Кафедра управления

**Курсовой проект**

по дисциплине: «Системный анализ и синтез сложных систем»

на тему:

**«Анализ сложных систем статистическими методами. Вариант №…»**

Выполнил: Студент 1 курса группы зпСАУ-181  
Фамилия И.О.

Подпись\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Проверил: к.ф.-м.н, доц. кафедры управления Моисеев С.И.

Работа защищена: « » 2021 г.

С оценкой: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Подпись преподавателя: \_\_\_\_\_\_\_

Воронеж 2021

*Номер зачетной книжки-18-Б35-01*

Факультет

ЭМиТ Подпись Дата

Группа

зпСАУ-181

Студент

Фамилия И.О.

*КУРСОВОЙ ПРОЕКТ*

*Анализ сложных систем статистическими методами.*

*Вариант № ???*

Стадия

*ВГТУ*

*Кафедра управления*

Руководитель

Моисеев С.И

Лист

Листов

*Графическая часть задания №1*

1

2

*Номер зачетной книжки-18-Б35-01*

Факультет

ЭМиТ Подпись Дата

Группа

зпСАУ-181

Студент

Фамилия И.О.

*КУРСОВОЙ ПРОЕКТ*

*Анализ сложных систем статистическими методами.*

*Вариант № ???*

Стадия

*ВГТУ*

*Кафедра управления*

Руководитель

Моисеев С.И

Лист

Листов

*Графическая часть   
заданий № 1 и 2*

2

2